

Propriétés thermiques des solides

Rôle des ponts thermiques en isolation

1) On considère un mur, non isolé, en béton d'épaisseur e_1 , séparant un local à température intérieure T_i de l'extérieur à température T_e . On note T_1 et T_2 les températures de surface du béton du côté intérieur et du côté extérieur (Fig. 1). Soient α le coefficient de transmission thermique entre l'air et le béton et λ_1 la conductibilité thermique du béton.

- Déterminer la température $T(x)$ dans le béton en fonction de T_1 et T_2 .
- Déterminer la puissance P perdue à travers une surface S du mur.
- Déterminer les températures de surface T_1 et T_2 .

Application numérique :

$e_1 = 20 \text{ cm}$, $\alpha = 40 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$, $\lambda_1 = 3,05 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $T_i = 20^\circ\text{C}$, $T_e = -5^\circ\text{C}$, $S = 10 \text{ m}^2$.

2) On recouvre maintenant la surface intérieure du mur par un isolant d'épaisseur e_2 et de conductibilité thermique λ_2 (Fig. 2). Déterminer la puissance P' perdue par la surface S du mur et la température T_3 de la surface intérieure. Le coefficient de transmission thermique entre l'isolant et l'air est encore égal à α .

Application numérique : $e_2 = 7,5 \text{ cm}$, $\lambda_2 = 0,13 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

3) La construction utilisée impose l'existence d'éléments de structure en béton dont l'épaisseur totale est $e_1 + e_2$ (Fig. 3), réalisant ainsi des ponts thermiques (zones non isolées) dont la surface totale est S' . Calculer la puissance P'' perdue à travers le mur en présence de ces ponts thermiques.

Application numérique : $S' = 0,75 \text{ m}^2$

Conclusion ?

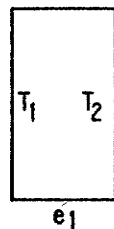


Fig. 1

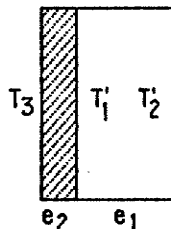


Fig. 2

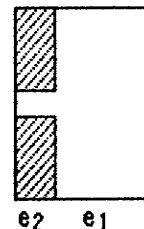
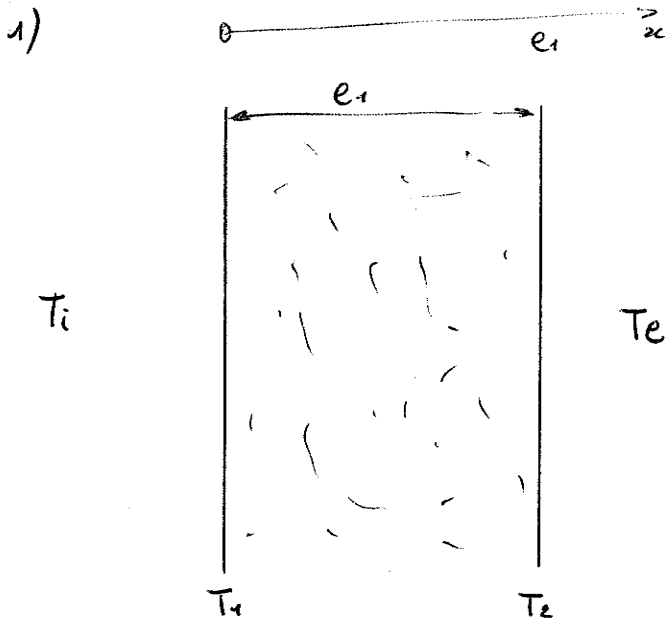


Fig. 3

Rôle des ponts thermiques en isolation



$$a) \quad \Delta T = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dT}{dx} = A \quad \rightarrow \quad T = Ax + B$$

$$CI : \quad x = 0 \quad T = T_1 \quad \rightarrow \quad B = T_1$$

$$x = e \quad T = T_2 \quad \rightarrow \quad T_2 = Ae_1 + T_1 \quad \rightarrow \quad A = \frac{T_2 - T_1}{e_1}$$

$$\rightarrow \quad T = \left(\frac{T_2 - T_1}{e_1} \right) x + T_1$$

b)

$$\vec{j}_T = \frac{dp}{ds_n} = -\lambda_1 \text{grad } T$$

$$\rightarrow \quad dp = -\lambda_1 \text{grad } T \, d\vec{s}_n$$

$$\rightarrow \quad dp = -\lambda_1 ds \frac{dT}{dx} = -\lambda_1 ds \frac{T_2 - T_1}{e_1}$$

$$\rightarrow \quad P = + S \lambda_1 \frac{(T_2 - T_1)}{e_1}$$

c) régime stationnaire \rightarrow puissance transmise de V Sect

$$P = \alpha S (T_i - T_1) = \frac{(T_1 - T_2)}{R} = (T_2 - T_e) \alpha S$$

$$R = \frac{e_1}{\lambda S}$$

$$R_{air} = \frac{1}{\alpha S}$$

$$\Rightarrow \frac{e_1 \alpha S}{\lambda_1} (T_i - T_1) = T_1 - T_2$$

$$\Rightarrow \frac{(T_i - T_1)}{R_{air}} = \frac{T_1 - T_2 + T_2 - T_e}{R + R_{air}}$$

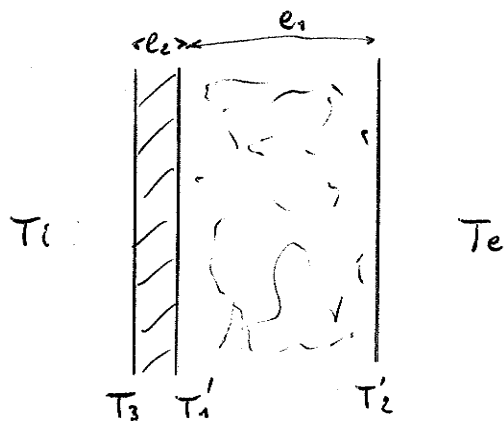
$$\rightarrow \boxed{P = \frac{T_i - T_e}{2 R_{air} + R}}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_{air} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ W}^{-1} \text{ K} \\ R = 6,55 \cdot 10^{-3} \text{ W}^{-1} \text{ K} \end{array} \right\} P = 2,164 \text{ kW}$$

$$T_1 = R_{air} \cdot P + T_i = 14,6^\circ \text{C} \quad \rightarrow \boxed{T_1 = 14,6^\circ \text{C}}$$

$$T_2 = T_e - P \cdot R = 9,4^\circ \text{C} \quad \rightarrow \boxed{T_2 = 9,4^\circ \text{C}}$$

2)



$$P' = \frac{T_i - T_3}{R_{air}} = \frac{T_3 - T_1'}{R_i} = \frac{T_1' - T_2'}{R} = \frac{T_2' - T_e}{R_{air}} = \frac{T_i - T_e}{2 R_{air} + R_i + R}$$

$$R_i = \frac{e_2}{\lambda_2 S} = 5,77 \cdot 10^{-2} \text{ W}^{-1} \text{ K}$$

$$P'_{\text{Rair}} = T_i - T_3 \rightarrow T_3 = T_i - P'_{\text{Rair}}$$

$$\rightarrow \boxed{T_3 = 19^\circ\text{C}}$$

3)

$$\frac{P}{S} = \frac{(T_i - T_e)}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{z}{\alpha}}$$

$$P' = \frac{(T_i - T_e)}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{z}{\alpha}} S'$$

$$P'' = \frac{(T_i - T_e)}{\frac{e_1 + e_2}{\lambda_1} + \frac{z}{\alpha}} S''$$

$$P = P' + P''$$

$$\rightarrow \boxed{P = (T_i - T_e) \left[\frac{1}{\frac{e_1}{S' \lambda_1} + \frac{e_2}{S' \lambda_2} + \frac{z}{\lambda S'}} + \frac{1}{\frac{e_1 + e_2}{\lambda (s - s')} + \frac{z}{(s - s') \alpha}} \right]}$$